S o n d e r d r u c k

Die Lambert-Branderschen Rechenstäbe

Prof. Karl Kleine

Fachhochschule Jena

12. Internationales Treffen der Rechenschiebersammler
und 3. Symposium zur Entwicklung der Rechentechnik
Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald
28.09.2006 – 01.10.2006

Für den Druck der Tagungsbände wurde das Layout nachträglich nochmals verändert.
Dies hier ist die vom Verfasser autorisierte Fassung.

Der Beitrag befindet sich in Band I auf den Seiten 14 bis 21 der Druckfassung.

Die Lambert-Branderschen Rechenstäbe

Prof. Karl Kleine*

Zusammenfassung: Johann Heinrich Lambert (1728–1777) veröffentlichte 1761 ein Buch über logarithmische Rechenstäbe und ihren Gebrauch. Diese Rechenstäbe wurden von Georg Friedrich Brander (1713–1783) in Augsburg gefertigt und offenbar mit Erfolg und Gewinn verkauft, denn 1772 folgte eine zweite Auflage von Lamberts Büchlein. Es konnte jedoch bislang kein Exemplar dieser Rechenstäbe nachgewiesen werden, sie sind offenbar verschollen. Auf der Grundlage des Lambertschen Textes wurden diese Rechenstäbe rekonstruiert und ein Muster gebaut, das während der Tagung in Greifswald demonstriert wurde.

Rechenschieber im Deutschland des 17. und 18. Jahrhunderts

Wenn man sich mit Rechenschiebern beschäftigt, ist das Buch von Cajori [1] Pflichtlektüre für die Zeit vor 1900. Cajori nennt für die Entwicklung in Deutschland vor 1800 fünf Namen: Scheffelt, Biler, Leupold, Segner und Lambert. Scheffelt beschrieb in seinem *Pes Mechaniscus* von 1699 [2] einen logarithmisch geteilten Stab von ca. 30 cm Länge, der zusammen mit einem Handzirkel genutzt wird, ähnlich wie ein Gunterstab. In einer Überarbeitung seines Buches 1718, die aber wenig verbreitet scheint, fügte er einen Schieber hinzu, so daß wir von einem Rechenschieber sprechen können. Biler [3] konstruierte eine halbkreisförmige logarithmische Rechenscheibe, deren besonderes Merkmal ein seidener Faden ist, der im Zentrum der Scheibe befestigt ist und zum Rand gespannt werden kann, so daß er die Funktion einer Läuferlinie einnehmen kann. Auf diese Weise lassen sich entsprechende Werte auf voneinander getrennt liegenden Skalen ablesen. Leupold veröffentlichte 1727 mit seinem *Theatrum Arithmetico-Geometricum* [4] ein Kompendium mathematischer Instrumente, in dem er neben Scheffelts und Bilers Geräten auch einen Rechenschieber vom Partridge-Typ beschrieb. Vom Rechenstab des Göttinger Mathematikprofessors Segner ist außer einem diesbezüglichen Brief an Johann Heinrich Lambert leider nichts bekannt. Trotz solcher prinzipiellen Kenntnis scheint der logarithmische Rechenschieber jedoch bis zur Mitte des 18. Jahrhunderts in Deutschland weitgehend unbekannt geblieben zu sein. Das vorrangige Rechengerät jener Zeit war der Proportionalzirkel.

* Prof. Karl Kleine, Fachhochschule Jena, Carl-Zeiss-Promenade 2, D-07745 Jena,.
Email: kleine@fh-jena.de, Web: http://www.fh-jena.de/~kleine

Johann Heinrich Lambert veröffentlichte 1761 sein Büchlein *Beschreibung und Gebrauch der logarithmischen Rechenstäbe* [5]. Der renommierte Instrumentenbauer Georg Friedrich Brander in Augsburg baute die Rechenstäbe in einer Länge von vier Schuh, also etwa 120 cm. Offensichtlich war dies ein Erfolg, denn 1772 brachte Lambert eine zweite Auflage [6] heraus, und diese ist heute in mehreren Exemplaren in wissenschaftlichen Bibliotheken nachgewiesen. Es muß also ein entsprechendes Interesse geherrscht haben, doch eine weite Verbreitung der Rechenstäbe gab es nicht. Erst in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts wurde der Rechenschieber in Deutschland allgemein bekannt und im größeren Umfange eingesetzt.

Johann Heinrich Lambert

Johann Heinrich Lambert wurde am 26.08.1728 in Mulhouse im Elsaß in bescheidenen Verhältnissen geboren. Die Schule mußte er schon mit 12 Jahren verlassen, doch bildete er sich in Eigeninitiative weiter, so daß er bald als Schreiber und schon mit 17 Jahren als Sekretär arbeiten konnte. 1748, im Alter von 20 Jahren wurde er Hauslehrer beim Grafen von Salis in Chur. In dieser Funktion hatte er Zugang zu dessen hervorragender Bibliothek, und diese Chance nutzte er ausgiebig und sehr erfolgreich. Neben seiner Lehrtätigkeit widmete sich Lambert mit viel Eifer seiner vollständig autodidaktischen Bildung, vor allem in Mathematik, Physik, Philosophie und Sprachen, und 1755 begann er auch zu publizieren. Man wählte ihn zum Mitglied der literarischen Gesellschaft Chur und der physikalisch-mathematischen Gesellschaft Basel. 1756 bis 1758 machte er mit den Söhnen des Grafen Salis eine große Bildungsreise quer durch Europa mit den Stationen Göttingen, Utrecht, den Haag, London, Paris, Marseille, Nizza, Turin, Mailand. Diese Reise beendete nach zehn Jahren auch seine Stellung in Chur. Die Hoffnung auf eine Stelle in Göttingen zerschlug sich, und über Mulhouse gelangte er nach Augsburg, wo er den Instrumentenmacher Brander kennenlernte. Hier ereilte Lambert auch der Ruf aus München als Gründungsmitglied der Bayerischen Akademie der Wissenschaften. Eine feste Stelle in München wurde daraus jedoch nicht, aber Lambert wurde korrespondierendes Mitglied. Über Erlangen, Zürich, Chur, Augsburg und Leipzig kam er 1764 nach Berlin. Seine unorthodoxe Umgangsformen machten es hier wie an anderen Orten nicht leicht, aber 1765 wurde er auf Betreiben von Sulzer und Euler zum ordentlichen Mitglied der physikalischen Klasse der Preußischen Akademie der Wissenschaften ernannt. 1770 wurde er zudem zum Oberbaurat ernannt; in dieser Tätigkeit widmete er sich Fragen der Landesvermessung. Beide Stellungen hielt er bis an sein Lebensende. Sie erlaubten ihm ein sehr produktives Leben im Dienste der Wissenschaft: In seinen zwölf Berliner Jahren von 1765 bis 1777 verfaßte er nicht weniger als 162 Arbeiten. Lambert starb am 25.09.1777 in Berlin. [8, 9, 10]

Das wissenschaftliche Schaffen und Wirken Lamberts ist weitgefaßt. Er war einer der letzten wirklichen Universalgelehrten. Seine Hauptarbeitsgebiete waren Mathematik, Physik und Philosophie. Durch seine Reisen kam er mit vielen bedeutenden Wissenschaftlern seiner Zeit zusammen und pflegte einen Briefwechsel mit noch mehr; exemplarisch seien Euler und Kant genannt. Lamberts Briefwechsel wurde später von Johann Bernoulli herausgegeben [11]. An dieser Stelle interessieren vor allem Lamberts Beiträge zur Mathematik: Zunächst sind seine Arbeiten zu Kettenbrüchen zu nennen, insbesondere die Entwicklungen für *tan* x, die Kehrfunktion *arctan* x. Über den Weg der Kettenbruchentwicklung bewies Lambert, daß die Zahl π wie e irrational ist. Der zweite

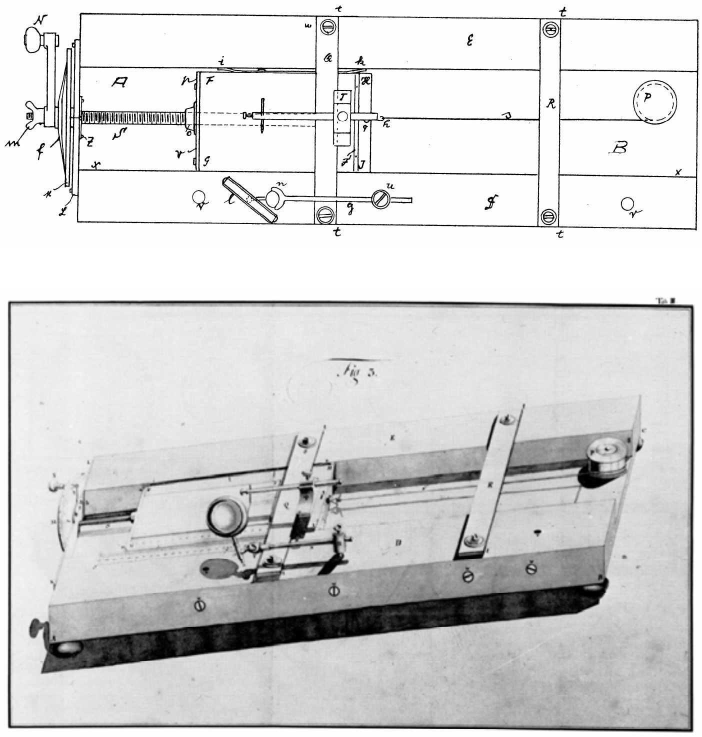
Arbeitskomplex in der Mathematik betraf Grundlagen der Geometrie, die zur nichteuklidischen Geometrie führten. Als drittes ist Lamberts Logikkalkül zu erwähnen, niedergelegt in seiner Arbeit „Algebraische Logik“ von 1764, das als Vorläufer der Arbeiten von Boole und Frege zu sehen ist. Als viertes Thema sind die Untersuchungen zu winkel- sowie flächengetreuen Kegelprojektionen zu nennen. Lamberts Azimutal-Projektion spielt als ebene flächengetreue Abbildung einer Kugeloberfläche eine herausragende Rolle in der Kartographie und ist in gängigen Atlanten stark vertreten. [10, 12]

Typisch für Lamberts Schaffen ist das Nebeneinander von sehr grundsätzlichen Überlegungen und praktischen Verfahren und Mitteln. So produzierte er nicht nur Sätze und Beweise, sondern rechnete und publizierte ebenso Tafelwerke und beschäftigte sich mit Rechenhilfsmitteln wie Rechenstäben, dem Thema dieses Artikels.

Georg Friedrich Brander

Brander wurde am 28.11.1713 in Regensburg geboren. Der Vater wollte, daß sein schon früh handwerklich interessierter und geschickter Sohn Kaufmann wie er wurde. Dazu wurde er nach Nürnberg in eine Lehre geschickt. Die Hoffnungen des Vaters gingen aber nicht auf, denn Brander nutzte parallel zur Kaufmannslehre die vielfältigen Gelegenheiten in Nürnberg und vertiefte seine technischen Kenntnisse und mechanischen Fähigkeiten. Dabei blieb es nicht. Nach dem Tode seines Vaters verfolgte Brander von 1731 bis 1734 ein mathematisch naturwissenschaftliches Studium an der Universität Nürnberg-Altdorf. Hier scheint er Kontakt mit dem Mathematiker J. G. Doppelmayr gehabt zu haben, der das bekannte Buch von Bion ins Deutsche übersetzt hatte. Mit diesem Rüstzeug zog Brander 1734 nach Augsburg, wo er wahrscheinlich zunächst als Geselle bei einem Instrumentenmacher vor allem medizinische Instrumente fertigte. Um 1737 machte er sich dann als Instrumentenmacher in Augsburg selbständig. Seinen Ruhm begründete 1737 die Fertigung eines Spiegelteleskops. Andere Instrumente folgten, und um 1750 war Brander in Fachkreisen so wohlbekannt und geschätzt, daß er Rufe nach St. Petersburg (sogar zweimal), Paris und Wien erhielt. Aber Brander blieb in Augsburg. Auch einen Ruf nach München an die neugegründete Bayerische Akademie der Wissenschaften schlug er aus, obwohl er mit zum engeren Kreis der Gründungsmitglieder der Akademie gehörte. Er lieferte aber über die Jahre rund 150 hochwertige Instrumente an die Akademie, die heute im Deutschen Museum in München aufbewahrt werden. Im Kontext der Akademiegründung lernten sich Lambert und Brander 1759 kennen und begründeten eine langjährige Zusammenarbeit. Im bereits erwähnten Briefwechsel [10] umfaßt die Korrespondenz Lamberts mit Brander einen eigenen Band. Betriebliche Details zur Branderschen Werkstatt sind kaum bekannt; der geschäftliche Erfolg läßt sich aber daran ablesen, daß Brander 1759 in Augsburg ein eigenes Haus für Wohnung und Werkstatt kaufen konnte. 1775 wurde sein Schwiegersohn Christoph Caspar Höschel Teilhaber der Firma – Brander war inzwischen 62 Jahre alt. Georg Friedrich Brander starb am 01.04.1783 in Augsburg im Alter von 70 Jahren. Nach seinem Tode führte sein Schwiegersohn C. C. Höschel die Brandersche Werkstatt fort. [13, 14, 15].

Branders Leistungen waren vielfältig, doch zwei ragen heraus: Das Mikrometer auf Glas und seine Teilmaschinen. Mit dem Glasmikrometer schuf Brander eine sehr feine Teilung durch das Ritzen einer Glasplatte mit einer Diamantspitze. Schon anfangs der 1760er Jahre konnte er ein Pariser Zoll (2,25 mm) in 10 Teile teilen, also einen Linienabstand von 0,225 mm bei einer Strichstärke von 0,0112 mm. Nach Lamberts Angaben konnte dies sogar auf 0,0075 mm gesteigert werden. Solche Teilungen waren natürlich in optischen Geräten sehr willkommen. Die Technik des Glasritzens war jedoch nur ein Aspekt, die Teilung ein anderer. Dazu konstruierte Brander Teilmaschinen für lineare Teilungen und für Kreisteilungen. Die Konstruktion war natürlich Betriebsgeheimnis, aber 1780 veröffentlichte er doch noch eine Beschreibung. Hierfür erhielt er sicher eine Kompensation durch den Kurfürsten Karl-Theodor, aber bei aller scheinbaren Offenheit bleiben genügend Details des Instrumentenbaus im Dunkeln, so daß ein direkter Nachbau nicht ohne weiteres möglich war. Trotz dieser Vorbehalte stellt diese Publikation Branders einen Meilenstein in der Geschichte des Instrumentenbaus dar. [14, 15]



Brandersche Teilmaschinen [13, 14]

Das Lambertsche Buch und die Brandersche Realisierung

Lamberts Beschäftigung mit Instrumenten mit logarithmischen Skalen begann bereits um 1752, als er Bilers Beschreibung las, wahrscheinlich aber noch früher. Er notierte in der Einführung zu seinem Entwurf der Rechenstäbe *„Da ich vor 8. Jahren auf die Bilerische Beschreibung …*“. Dies steht in beiden Auflagen des Buches, der von 1761 und unverändert auch in der von 1772. Lambert erwies sich als Praktiker: Er suchte ein Hilfsmittel für seine Rechnungen, aber es gab offensichtlich nichts für ihn direkt Passendes. Diese Situation änderte sich durch seine Bekanntschaft mit Brander 1759. Im Sommer 1760 arbeitete er an seinem Rechenstab-Buch, das im Frühjahr 1761 erschien [16]. In der Vorrede führte er aus:

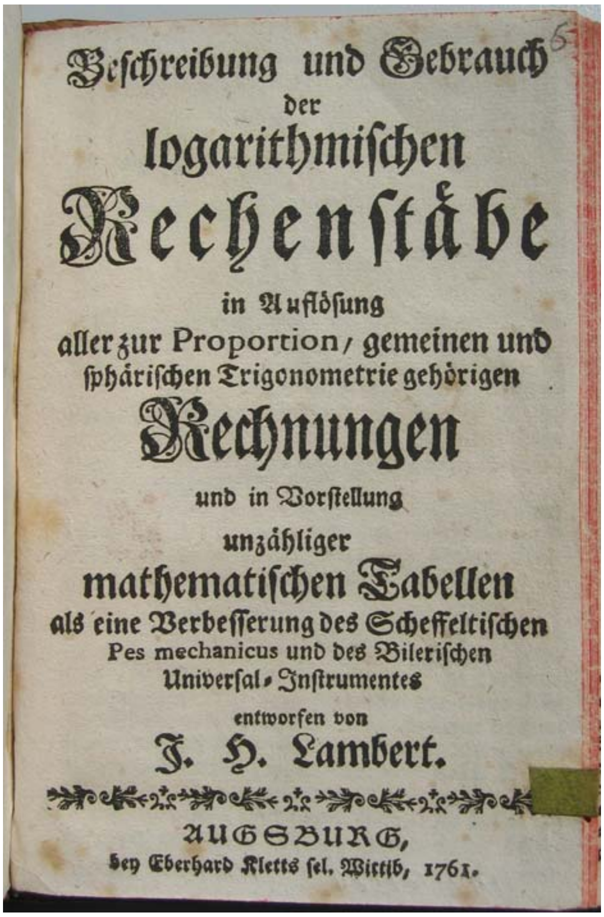
> *„Der Grund dieses geänderten Entschlusses mag den Liebhabern der hier beschriebenen Stäbe zu mehrerem Vortheile dienen, da sich der vortreffliche Mechanicus zu Augsburg, Herr G. F. Brander, da er meine Beschreibung gesehen, seiner andern wichtigern mechanischen ungeacht, selbsten die Mühe genommen, die zu jeder Theilungspuncten behörige Anstalten vorzukehren, damit sie auf eine bequeme Art auf Holz oder Metall getragen und daher die Stäbe den Liebhabern nach belieben ausgefertigt werden können. Ihre Länge ist von 4 Schuhen, damit sie desto bequemer würden.* […]“

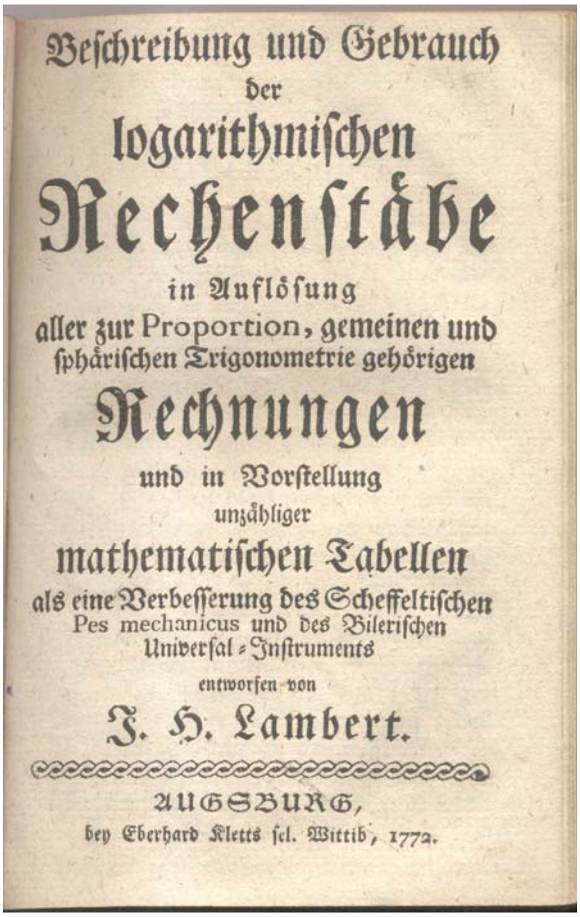
Es ist also anzunehmen, daß die Rechenstäbe 1760/1761 entstanden. In Hölschels Werkverzeichnis von 1783 [17] der in der Branderschen Werkstatt gefertigten Instrumente findet sich

> *12. Logarithmische Rechenstäbe, auf Holz getheilt, 1 bis 4 Schuhe lang das Paar*

Beide Auflagen von Lamberts Buch wurden in Augsburg bei Klett gedruckt und haben 29 bzw. 30 Seiten im Kleinoktav-Format (Buchblock 1772: 16.3 × 9.8 cm). Man kann also mehr von einem Heft als von einem Buch sprechen, und dementsprechend wurden diese Druckschriften oft mit anderen zusammengebunden. Abbildungen (Kupfertafeln) fehlen, wahrscheinlich aus Kostengründen. Lambert geht davon aus, daß die Leser entsprechend vorgebildet sind und ggf. das Scheffeltsche oder Leupoldsche Buch zu Rate ziehen können.

1765 schreibt Brander an Lambert, daß einerseits die Rechenstäbe viele Liebhaber gefunden hätten, es aber Wünsche nach einer erweiterten und mit mehr Beispielen und auch Abbildungen versehenen Fassung der Anleitung gäbe. Zudem sei das Heft öfters vergriffen. Lambert antwortet ihm bald darauf mit der Bitte, ihm eine Liste der Stellen zukommen zu lassen, an denen Ergänzungen nötig bzw. wünschenwert seien. Er sei jedoch nicht bereit, die nötigen Grundlagen zu Logarithmen, Trigonometrie oder Astronomie einzuarbeiten – diese müsse man bei einem Anwender der Rechenstäbe voraussetzen. 1767 schreibt Lambert in einem weiteren Brief, daß er sich wünsche, einen didaktisch geschickteren Autor für eine Überarbeitung zu finden, und daß ihm selber vor allem die Zeit für eine gute Ausarbeitung fehle. Er hoffe jedoch, in einer Arbeit über Perspektive einige Rechnungen mit Hilfe der Stäbe zu beschreiben. Aber all dies blieb ein frommer Wunsch. Brander brauchte offensichtlich weitere Exemplare des Buches zur Auslieferung zusammen mit Rechenstäben, und so kam es 1772 zu einer weitgehend identischen zweiten Auflage. Wir finden sie heute dementsprechend auch häufiger unter dem Namen Brander an Stelle von Lambert.


Beschreibung und Gebrauch
der
logarithmischen
Rechenstäbe
in Auflösung
aller zur Proportion, gemeinen und
sphärischen Trigonometrie gehörigen
Rechnungen
und in Vorstellung
unzähliger
mathematischen Tabellen
als eine Verbesserung des Scheffeltischen
Pes mechanicus und des Bilerischen
Universal-Instrumentes
entworfen von
J. H. Lambert.
AUGSBURG,
bey Eberhard Kletts sel. Wittib, 1761.


Beschreibung und Gebrauch
der
logarithmischen
Rechenstäbe
in Auflösung
aller zur Proportion, gemeinen und
sphärischen Trigonometrie gehörigen
Rechnungen
und in Vorstellung
unzähliger
mathematischen Tabellen
als eine Verbesserung des Scheffeltischen
Pes mechanicus und des Bilerischen
Universal-Instruments
entworfen von
J. H. Lambert.
AUGSBURG,
bey Eberhard Kletts sel. Wittib, 1772.

Die Struktur des Werkes entspricht dem Stil der Zeit: Der Text ist durchgängig in numerierte Paragraphe unterteilt und darüber gibt es eine grobe Kapitelstruktur. Die Kapitel variieren in Umfang und Gewicht. Insbesondere fällt das erste Hauptkapitel über den Aufbau der Rechenstäbe mit 8 Seiten gegenüber den Anwenderkapiteln von je ein bis drei Seiten aus dem Rahmen.

Inhaltsverzeichnis (Ausgabe 1761)

In den §§ 1 bis 4 positioniert Lambert seine Rechenstäbe. Zunächst nennt er Rechenmaschinen wie die Leibnizsche und allgemein ziffernorientierte Rechenverfahren. Sie sind ihm zu langwierig und kompliziert. Sein Anliegen ist das bequeme schnelle Rechnen. Er lobt das Arbeiten mit Logarithmen und die Entwicklungen von Biler, Scheffelt und Gunter. In § 3 betont Lambert die Notwendigkeit, schnell und bequem Berechnungen mit einer hinlänglichen Genauigkeit durchführen zu können: „*Hingegen giebt es unzählige Fälle, wo man eben nicht die größte Schärfe sucht, und mit derjenigen, die die Instrumente geben, zufrieden seyn kann. Und in diesen Fällen ist die Bequemlichkeit eine Hauptabsicht.*“

Aber doch ist Lambert die Genauigkeit der genannten Instrumente nicht genug. Zudem mag er keinen Zirkel zusätzlich zur Hand nehmen. Sein Ansatz besteht deshalb darin, die Skalen möglichst lang und mit möglichst vielen Teilstrichen zu machen. Weitere Hilfsmittel wie Faden oder Zirkel umgeht er dadurch, daß er zwei gleichartig geteilte Stäbe mit quadratischem Querschnitt nimmt, die jeweils ein linear, logarithmisch, mit dem Logarithmus des Sinus und dem Logarithmus des Tangens geteilt sind. Diese Skalen nennt er die Arithmetische, die Geometrische, die Sinus und die Tangentenseite. Auf weitere Skalen, wie sie auf dem Proportionalzirkel und auf dem Gunterstab üblich waren, verzichtet er explizit. Die beiden Stäbe werden aneinander gelegt. Wir haben somit das Grundmodell eines flexiblen Rechenschiebers, bei dem jeweils zwei Skalen kombiniert werden können. Kehrwertskalen erübrigen sich: Man legt einfach den zweiten Stab gewendet neben den ersten.

Wie sehr Lambert bei aller Bequemlichkeit doch auf Genauigkeit aus ist, belegt das folgende Zitat aus § 5: „*Die Länge mag 4 oder 5 Schuhe seyn, will man sie noch länger machen, so ist es noch besser. Man muß aber auf den Raum sehen, den sie einnehmen, daß sie eben nicht das ganze Zimmer ausfüllen. In der Beurtheilung ihrer Genauigkeit werden wir sie von 5 Schuhen annehmen*“. Für Augsburg fand ich für die Länge eines Schuhs den Wert von ca. 29,7 cm, und für die weitere Untersuchung habe ich der Einfachheit halber eine Länge von 30 cm angesetzt. Lamberts Stäbe sind mit dieser Länge von 1,5 m wahre Ungetüme gegenüber den handlichen Instrumenten von Biler oder Scheffelt. Aber Lambert setzt für die erzielbare Genauigkeit auf die Länge der Skalen und im nächsten Schritt auf die mit der Branderschen Technologie erreichbare feine Teilung.

In den §§ 7 bis 14 beschreibt Lambert sodann die Skalen und ihre Konstruktion:

- **Arithmetische Seite**: Lineare Teilung in 2000 Teile. Bei der Länge von 150 cm (5 Schuh) ergibt dies einen Strichabstand von 0,75 mm. Lambert geht in seinem Kommentar noch weiter: Jedes Intervall läßt sich mit bloßem Auge noch in fünf weitere Intervalle teilen, so daß man diese Skala als eine in 10000 Teile geteilte Skala ansehen kann.
- **Geometrische Seite**: Diese Stabseite wird in zwei Zyklen des Logarithmus der arithmetischen Seite geteilt. Über die weitere Abstufung, von wo bis wo mit welcher Graduierung geteilt wird, läßt Lambert sich nicht aus. Er macht nur eine Bemerkung über die Genauigkeit in Hinblick auf die Logarithmen der Multiplikanden.
- **Sinus-Seite**: Die Sinusseite ist mit den Logarithmen der Winkel von 0° 34' bis 90° im Sexagesimal-System. geteilt.
- **Tangens-Seite**: Hier läuft die Teilung von 0° 34' bis 45°. Zudem ist die Skala doppelt beschriftet, einmal mit den Winkeln, zum zweiten mit ihren Komplementwinkeln.

Bei den beiden trigonometrischen Skalen macht Lambert Aussagen über Genauigkeiten und Ablesungen, die man als optimistisch bezeichnen muß. Für die Ausführung der Stäbe spricht er in § 5 von gestochenem Metall oder Holz, oder von aufgeklebtem Papier, das mit der Feder beschriftet wird. In Branders Werkverzeichnis [17] werden die Stäbe nur in Holzausführung genannt. Damit sind aber m.E. die von Lamberts Ausführungen implizierten Strichabstände nicht realisierbar.

Im Hauptteil des Buches, den Seiten 12 bis 29, bzw. §§ 16 bis 41, stellt Lambert die Nutzung der Rechenstäbe vor. Dabei geht er von einer entsprechenden mathematischen und auch astronomischen Vorbildung des Lesers aus. In den ersten Kapiteln geht er auf Tabellen vielfältiger Art ein. Hier spielt er das Potential des Rechenschiebers gegenüber dem Arbeiten mit Tabellenwerken voll aus: Eine Einstellung bzw. eine Lage seiner zwei Stäbe nebeneinander steht nicht nur für einen Wert, sondern eine beliebige Menge von Verhältnissen. Dabei werden nicht nur die in moderner Rechenstabliteratur üblichen Beispiele genannt, sondern auch einige, die nur mit seinen Stäben möglich sind, denn bis auf wenige Ausnahmen, z.B. dem ARISTO MULTITRIG, verfügen moderne Rechenschieber nicht über trigonometrische Skalen auf Zunge wie auf Körper. Bei Lambert macht so etwas keine Schwierigkeiten, weil er die Skalen beliebig kombinieren kann. Eine Tabelle der kürzesten Dämmerung ist damit für ihn kein Problem (Beispiel 7 in § 18). Insgesamt ist seine Darstellung der Fähigkeiten seiner Rechenstäbe sehr beispielbezogen.

Die Fixierung auf Beispiele zieht sich durch das ganze Buch. Lambert erklärt keine Mathematik oder Astronomie; dafür aber spiegeln seine Beispiele die Themen der Zeit in praktischer Form. Dies betrifft die Bruchrechnung und das (näherungsweise) Kürzen von Brüchen, die Suche nach den Teilern einer Zahl, das Wurzelziehen sowohl für den quadratischen Fall als auch für höhere Potenzen und geometrische Reihen. Bei den beiden letzteren Themen setzt Lambert auch Zirkel zum Abgreifen von Strecken ein, die er ja eigentlich sparen will. Die trigonometrischen Berechnungen faßt er relativ kurz und verweist insbesondere auf die Ausführungen in den Kapiteln zu Tabellen bzw. auf die mathematischen Kenntnisse des Lesers. Das Schlußkapitel über Sonnenuhren greift wohl ein Modethema jener Zeit auf und hat deutlich exemplarischen Charakter.

Lambert beschließt sein Buch mit folgendem Absatz:

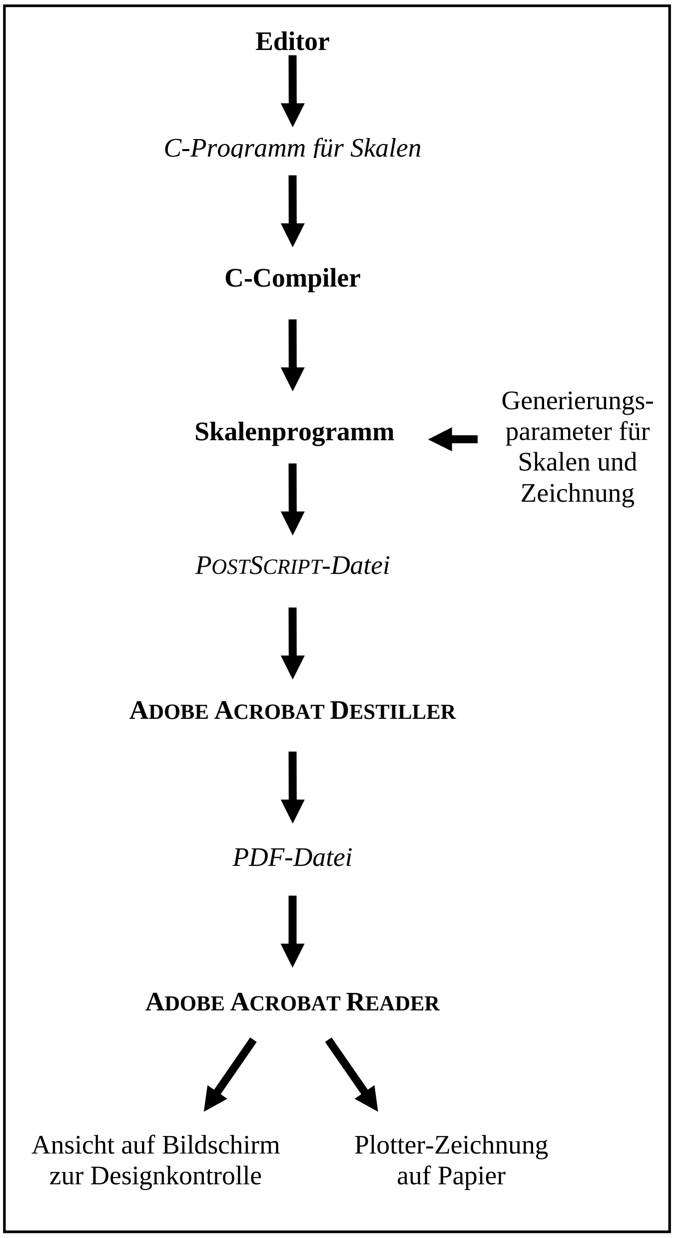
> *§ 41. Nach diesen Betrachtungen wird man zureichend sehen könne, wie weit sich der Gebrauch der logarithmischen Stäbe ausdehnt, wenn man sie so verfertigt, wie wir sie angegeben haben. Es fällt ins Wunderbare, wenn man sieht, daß man hier mit eben denselben Zahlen unzählige und so sehr verschiedene Tabellen vorstellen kann. Da man in den meisten Fällen die Winkel nicht weiter, als bis auf Minuten sucht, und bey Ausmessung der Längen sich öfters begnügt, wen man auf 2000*

höchstens 1 fehlt, so ist unstreitig, daß diese Stäbe nicht nur bequem, sondern auch wirklich brauchbar sind. Unter den bisher erfundenen Rechenmaschinen werden sie diesen beyden Absichten noch am nächsten kommen.

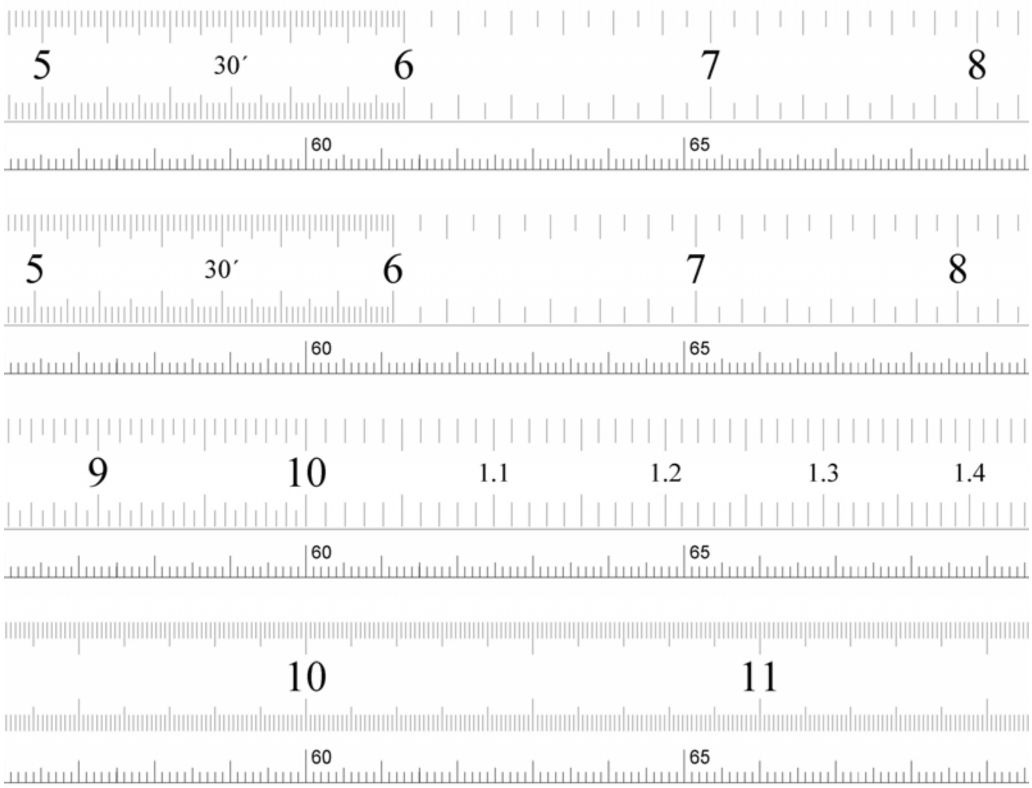
Der Nachbau

Exemplare der von Brander gefertigten Stäbe konnten bislang nicht nachgewiesen werden. Da Lambert in seinem Buch zwar keine Abbildungen, aber recht genaue Angaben zur Konstruktion machte, reifte die Idee, diese Stäbe mit modernen Mittel nachzubauen und mit ihnen zu experimentieren. Der Bau von Rechenschiebern hat im allgemeinen mit einer Reihe konstruktiver Probleme für die Realisierung einer gut laufenden Zunge in einem umschließenden Körper zu kämpfen. Diese Schwierigkeiten stellten sich hier nicht. Als Körper für die Stäbe konnte auf handelsübliche Aluminiumprofile mit einem quadratischen Querschnitt von 15 mm Kantenlänge zurückgegriffen werden. Die auf passende Länge gesägten Stäbe wurden mit Plotterpapier beklebt und mit Sprühfixierer haltbar gemacht. Auf das Papier wurden zuvor mit einem professionellen Trommelplotter, der mir an der FH Jena zur Verfügung stand, die Skalen gezeichnet. Die Skalendaten wiederum wurden mit einem zu diesem Zwecke von mir eigens geschriebenen Programm errechnet und daraus eine entsprechende Graphikdatei erstellt.

Das Programm zur Skalenberechnung wurde in der Programmsprache C geschrieben. Es produziert einen Text in der Sprache ADOBE POSTSCRIPT zur Darstellung von Text und Graphik. Diese Sprache kann direkt zur Ansteuerung von Druckern und Plottern benutzt werden, kann aber auch in das verwandte Format PDF (Portable Document Format) umgewandelt werden. PDF-Dateien können auch am Bildschirm betrachtet werden. Auf diese Weise war es möglich, die gesamte Entwicklung auf einem Notebook vorzunehmen. Nach wenigen Ausdrucken von Skalenabschnitten auf A4-Papier und einem Probleplot reichten zwei Plotterzeichnungen im vollen Format. Das Skalenprogramm kann zwei Versionen der Skalen produzieren, eine Designansicht und Streifen für die Stäbe. Der Unterschied liegt in zusätzlichen cm-Skalen zur Begutachtung der Graduierung der Skalen sowie Abstand zwischen den Skalen zur besseren Lesbarkeit während der Designphase. Auf der folgenden Seite sehen Sie einen Ausschnitt der Skalen in Designsicht.



Die Skalen wurden in einer Länge von 120 cm, also etwa vier Schuh, produziert. Hinzu kommen beidseitig noch je 8 cm für Beschriftungen. Die Gesamtlänge beträgt 136,5 cm einschließlich der Endstücke.



Skalenausschnitt in Designansicht mit zusätzlichen cm-Skalen
von oben nach unten: Tangensseite T, Sinusseite S, Geometrische G und Arithmetische Seite A

Das Programm kann Skalen verschiedener Länge zeichnen. Neben der „Produktionsversion“ von 120 cm Skalenlänge wurden auch eine mit 150 cm entsprechend fünf Schuh gezeichnet, um die Aussagen von Lambert zu prüfen. Die Grenze von 120 cm Skalenlänge und 136,5 cm Gesamtlänge ergab sich aus der Verfügbarkeit einer Schneidemaschine, mit der die Streifen für das Bekleben der Stäbe geschnitten wurden. Auch bei der weiteren Verarbeitung, dem präzisen Aufbringen der Papierstreifen auf die Aluminiumstäbe gab es praktische Probleme, die nach einigen Versuchen mit Teststreifen gelöst werden konnten.

Die Skalen wurden doppelt, auf jeweils beiden Kanten der Stäbe ausgeführt, daß die Stäbe beliebig aneinandergelegt werden können, insbesondere auch in gewendeter Form. Die Frage nach der Graduierung in den verschiedenen Skalenabschnitten wird von Lambert nicht bzw. nur implizit behandelt, und hier zeigte sich wieder einmal, daß Skalendesign für Rechenstäbe durchaus nicht einfach ist. Mit dem Ziel guter Lesbarkeit wurde ein Design gewählt, das den Intentionen Lamberts wohl recht nahe kommt, aber insbesondere bei den trigonometrischen Skalen nicht in allen Abschnitten allzu dicht ist.

Skala	Teilstriche insgesamt	Teilstrichabstand in mm			
		4 Schuh / 120 cm Version		5 Schuh / 150 cm Version	
		Minimum	Maximum	Minimum	Maximum
A	2001	0,60	0,60	0,75	0,75
G	761	0,87	2,59	1,09	3,24
S	728	0,72	4,30	0,90	5,38
T	666	0,73	4,30	0,91	5,38

Nachbau der Lambert-Branderschen Rechenstäbe

Literaturverzeichnis

[1] Florian Cajori, *A History of the Logarithmic Slide Rule and Allied Instruments*, London, New York, 1909; Nachdruck: Astral Press, Mendham, New Jersey, USA, 1994

[2] Michael Scheffelt, *Pes Mechanicus oder Neu-erfundener Maß-Stab*, Ulm, 1699

[3] Johann Matthias Biler, *Neu erfundenes Instrumentum Mathematicum Universale*, Jena, 1696

[4] Jacob Leupold, *Theatrum Arithmetico-Geometricum*, Leipzig, 1727

[5] Johann Heinrich Lambert, *Beschreibung und Gebrauch der logarithmischen Rechenstäbe in Auflösung aller zur Proportion / gemeinen und sphärischen Trigonometrie gehörigen Rechnungen und in Vorstellung unzähliger mathematischen Tabellen als eine Verbesserung des Scheffeltischen PES MECHANICUS und des Bilerischen Universal-Instrumentes*, Augsburg, 1761

[6] Johann Heinrich Lambert, *Beschreibung und Gebrauch der logarithmischen Rechenstäbe in Auflösung aller zur Proportion, gemeinen und sphärischen Trigonometrie gehörigen Rechnungen und in Vorstellung unzähliger mathematischen Tabellen als eine Verbesserung des Scheffeltischen PES MECHANICUS und des Bilerischen Universal-Instrumentes*, Augsburg, 1772

[7] Friedrich Löwenhaupt (Hrsg.), *Johann Heinrich Lambert: Leben und Leistung*, Mühlhausen, 1943

[8] Friedrich Löwenhaupt, *Das Leben von Johann Heinrich Lambert*, in: [7]

[9] E. Laas, *Johann Heinrich Lambert*, in: *Allgemeine Deutsche Biographie*, Bd. 17, Leipzig, 1883

[10] Friedrich L. Bauer, *Johann Heinrich Lambert*, in: *Akademie Aktuell / Bayerische Akademie der Wissenschaften*, Heft 1/2006

[11] Johann Bernoulli (Hrsg.), *Johann Heinrich Lamberts deutscher gelehrter Briefwechsel*, Dessau, 1781-1787 [Der Briefwechsel Lambert/Brander befindet sich in Band III, 1783, und umfaßt den Zeitraum 1765 bis 1776]

[12] Paul Kloeverkorn, Johann *Heinrich Lambert als Mathematiker*, in: [7]

[13] Maximilian Bobinger, *Georg Friedrich Brander*, in: Götz von Pölnitz (Hrsg.), *Lebensbilder aus dem Bayerischen Schwaben*, Bd. 4, München, 1955

[14] Conrad Friedrich, *Georg Friedrich Brander und sein Werk*, Diss. Kgl. Techn. Hochschule München, Selbstverlag des Verfassers, 1909

[15] Alto Brachner (Hrsg.), *G. F. Brander 1713-1783; wissenschaftliche Instrumente aus seiner Werkstatt*, Deutsches Museum, München 1983

[16] Max Steck, *Bibliographia Lambertiana*, Verlag Dr. H. A. Gerstenberg, Hildesheim, 1970

[17] Christoph Caspar Hölschel, *Instrumente „… welche in dem Brander- und Hölschelschen Laboratorio angefertigt werden, als auch fertig zu haben sind“*, Augsburg, 1783, Nachdruck in [15]

PostScriptum

Es wurden zwei Paare der Stäbe gebaut, von denen ein Paar zum Abschluß der Tagung der Rechentechnischen Sammlung des Mathematischen Instituts der Universität Greifswald geschenkt wurde.